۱

$F = ۱/۹۸ \times ۱۰^{-۸}\ N$ (۰/۲۵)

$F = ۶/۶ \times ۱۰^{-۱۱} \times \frac{۴۰ \times ۱۲۰}{۴^۲}$ (۰/۲۵)

$F = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲}$ (۰/۲۵)

ص.۴۷

۲

ب) (۲) ص.۴۸

۳

پ) نیروی گرانشی

۴

$W=mg_{\text{زمین}} \rightarrow W_۱ = (۰/۱\,kg)(۹/۸\,N/kg) = ۰/۹۸\,N$

$W=mg_{\text{ماه}} \rightarrow W_۲ = (۰/۱\,kg)(۱/۶\,N/kg) = ۰/۱۶\,N$

$W=mg_{\text{مریخ}} \rightarrow W_۳ = (۰/۱\,kg)(۳/۷\,N/kg) = ۰/۳۷\,N$

$W_۱ > W_۳ > W_۲$

۵

پاسخ : فاصلهٔ دو کره در این مثال خیلی بزرگ‌تر از قطر کره‌هاست. بنابراین می‌توان کره‌ها را ذره فرض کرد.

به کمک رابطهٔ ۲ــ۱۵، نیروی گرانشی را که زمین و ماه بر هم وارد می‌کنند محاسبه می‌کنیم :

$$F_{۱۲} = F_{۲۱} = G\frac{M_e M_m}{r^۲} = (۶/۶۷ \times ۱۰^{-۱۱}\,N.m^۲/kg^۲)\frac{(۵/۹۸ \times ۱۰^{۲۴}\,kg)(۷/۳۶ \times ۱۰^{۲۲}\,kg)}{(۳/۸۴ \times ۱۰^{۸}\,m)^۲} = ۱/۹۹ \times ۱۰^{۲۰}\,N$$

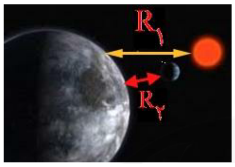
این نیرو سبب چرخش ماه به دور زمین می‌شود.

۶

$$F = G\frac{M_e m}{r^2} \rightarrow 10^{-8}N = \frac{6/67\times10^{-11}Nm^2/kg^2\times50kg\times m}{(2m)^2} \rightarrow m = 1199kg$$

۷

الف)



$$g_{R_{e1}} = \frac{GM_s}{R_1^2} = \frac{6/67\times10^{-11}Nm^2/kg^2\times1/99\times10^{30}kg}{(149/6\times10^6\times10^3m)^2}$$

$$g_{R_{e1}} = 5/93\times10^{-3}N/kg$$

ب)

$$g_{R_{e2}} = \frac{GM_m}{R_2^2} = \frac{6/67\times10^{-11}Nm^2/kg^2\times7/36\times10^{22}kg}{(3/84\times10^5\times10^3m)^2} = 3/33\times10^{-5}N/kg$$

۸

ص۴۹.

$\frac{g}{g_e} = \frac{5}{4}$ (۰/۲۵)

$\frac{g}{g_e} = \frac{5M_e}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2$ (۰/۲۵)

$\frac{g}{g_e} = \frac{M}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R}\right)^2$ (۰/۲۵)

۹

ص۴۹.

$\frac{w'}{w} = \left(\frac{6400}{6400+1600}\right)^2 = \frac{64}{100}$ (۰/۵)

$\frac{w'}{w} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$ (۰/۲۵)

۱۰

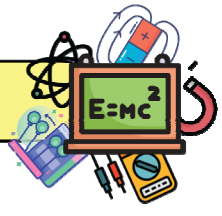
$\frac{g_2}{g_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$ (۰/۲۵)

$g_2 = 2/5\ m/s^2$ (۰/۲۵)

$g = \frac{GM_e}{r^2}$ (۰/۲۵)

$\frac{g_2}{10} = \left(\frac{R_e}{2R_e}\right)^2$ (۰/۲۵)

ص ۴۹



۱۱

$$\frac{g_1}{g_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{10}{2.5}=\left(\frac{r_2}{6400}\right)^2 \quad (۰/۲۵)$$

$$r_2=12800\ km \quad (۰/۲۵) \qquad r_2=R_e+h \Rightarrow h=6400\ km \quad (۰/۲۵)$$

ص ۴۸

۱۲

$$g_۰=G\frac{M_e}{R_e^۲} \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{g}{g_۰}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲ \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{g}{g_۰}=\left(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+۱۶۰۰}\right)^۲ \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{g}{g_۰}=۰/۶۴ \quad (۰/۲۵)$$

ص.۴۹

۱۳

$$g=G\frac{M_e}{r^۲}\ (۰/۲۵) \rightarrow \frac{g_۲}{g_۱}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲\ (۰/۲۵) \rightarrow \frac{۱}{۴}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲ \rightarrow h=R_e\ (۰/۲۵)$$

(ص۴۹)

$$r=R_e+h=۲R_e\ (۰/۲۵)$$

۱۴

$$g=G\frac{M_e}{r^۲} \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{g_۲}{g_۱}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{g_۲}{۱۰}=\left(\frac{R_e}{۲R_e}\right)^۲ \quad (۰/۲۵) \qquad g=۲/۵\ \mathrm{m/s^۲} \quad (۰/۲۵)$$

(ص ۴۹)

۱۵

$$\frac{w_۲}{w_۱}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{w_۲}{w_۱}=\left(\frac{R_e}{۶R_e}\right)^۲ \quad (۰/۲۵) \qquad \frac{w_۲}{w_۱}=\frac{۱}{۳۶} \quad (۰/۲۵)$$

ص ۶۰

۱۶

$$\frac{g_۲}{g_۱}=\frac{۱}{۴}\quad(۰/۲۵)\qquad \frac{g_۲}{g_۱}=\left(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+۱۶۰۰}\right)^۲\quad(۰/۲۵)\qquad \frac{g_۲}{g_۱}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲\quad(۰/۲۵)$$

ص ۶۰

۱۷

الف)

$$\frac{w_h}{w_{R_e}}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲\rightarrow\frac{۱}{۲}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^۲$$

$$\rightarrow\sqrt{۲}R_e=R_e+h\rightarrow h=(\sqrt{۲}-۱)R_e=۰/۴۱R_e$$

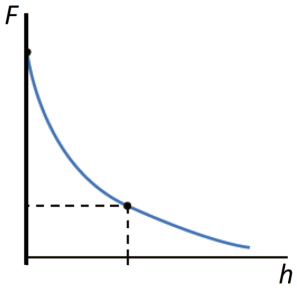
ب)

$$F=G\frac{M_e m}{r^۲}$$

$$F=\frac{۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\,Nm^۲/kg^۲\times۲۵۰kg\times۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}kg}{(۳۶۰۰۰\times۱۰^۳m+۶۴۰۰\times۱۰^۳m)^۲}$$

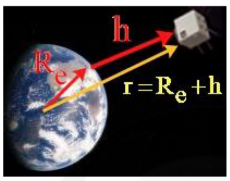
$$F=۵۵/۴۶۷N$$

۱۸



۱۹ رشته ریاضی

الف)

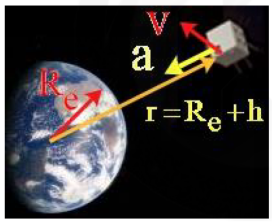


$$F = G\frac{M_e m}{r^2}$$

$$F = \frac{۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\,Nm^2/kg^2\times۶۰۰kg\times۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}kg}{(۲۸۰۰\times۱۰^{۳}m+۶۴۰۰\times۱۰^{۳}m)^2}$$

$$F = ۲۸۲۷/۵N$$

ب)



$$F = ma \rightarrow ۲۸۲۷/۵N = ۶۰۰kg\times a \rightarrow a = ۴/۷۱\,m/s^2$$

پ)

$$a = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{۴/۷۱(m/s^2)\times۹۲۰۰\times۱۰^{۳}m}$$

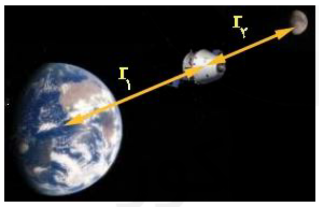
$$a = ۶۵۸۴/۴۵\,m/s$$

ت)

$$T = \frac{۲\pi r}{v} = \frac{۲\times۳/۱۴\times۹۲۰۰\times۱۰^{۳}m}{۶۵۸۴/۴۵\,m/s} = ۸۷۷۴/۶۱s$$

۲۰

الف)



$$F_{em} = G\frac{M_e m}{r_۱^2} \quad \& \quad F_{mm} = G\frac{M_m m}{r_۲^2}$$

$$F_{net} = G\frac{M_e m}{r_۱^2} - G\frac{M_m m}{r_۲^2} = \frac{Gm}{r}(M_e - M_m)$$

$$r_۱ = r_۲ = r = \frac{۱}{۲}d = \frac{۱}{۲}\times۳/۸۴\times۱۰^{۵}km = ۱/۹۲\times۱۰^{۸}m$$

$$F_{net} = \frac{۶/۶۷\times۱۰^{-۱۱}\,Nm^2/kg^2\times۳\times۱۰^{۴}kg}{(۱/۹۲\times۱۰^{۸}m)^2}(۵/۹۸\times۱۰^{۲۴}kg - ۷/۳۶\times۱۰^{۲۲}kg)$$

$$F_{net} = ۳۲۰/۵۹N$$

۲۱

$$\left.\begin{aligned} F &= G\frac{M_e m}{r^2} \\ F &= mg_h \end{aligned}\right\} \rightarrow G\frac{M_e m}{r^2} = mg_h \rightarrow g_h = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$$

$$\rightarrow g_h = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2} \xrightarrow{h=۰} g_۰ = G\frac{GM_e}{R_e^2}$$

۲۲

پاسخ : شتاب گرانشی در فاصلهٔ r از مرکز زمین از رابطهٔ $g = G\frac{M_e}{r^2}$ محاسبه می‌شود. با در نظر گرفتن $r = R_e + h$ می‌توانیم بنویسیم :

$$g = (6/67\times10^{-11}\,\mathrm{N.m^2/kg^2})\frac{5/98\times10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6400\times10^3\,\mathrm{m}+35600\times10^3\,\mathrm{m})^2} = 0/226\,\mathrm{m/s^2}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقدار g در این فاصله بسیار ناچیز است.

۲۳

الف)

$$\left.\begin{aligned} F &= G\frac{M_e m}{r^2} \\ F &= mg_h \end{aligned}\right\} \rightarrow G\frac{M_e m}{r^2} = mg_h \rightarrow g_h = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$$

۲۴

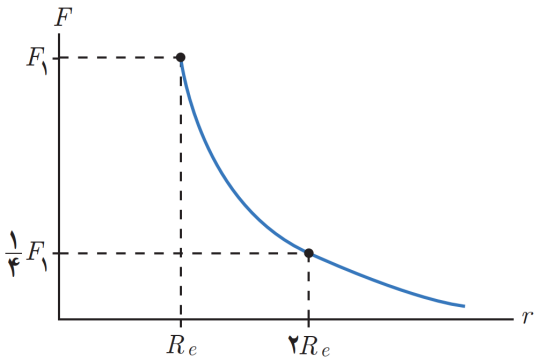
پاسخ : ماهواره را به‌صورت ذره و زمین را به‌صورت کره‌ای همگن که جرم آن در مرکزش قرار دارد در نظر می‌گیریم و به کمک رابطه ۲ــ۱۲، نیروی گرانشی بین آنها را محاسبه می‌کنیم.

الف)

$$r = R_e + h = 6400\,\mathrm{km} + 2600\,\mathrm{km} = 9000\,\mathrm{km} = 9/000\times10^6\,\mathrm{m}$$

$$F = G\frac{M_e m}{r^2} = (6/67\times10^{-11}\,\mathrm{N.m^2/kg^2})\frac{(5/98\times10^{24}\,\mathrm{kg})(200/0\,\mathrm{kg})}{(9/000\times10^6\,\mathrm{m})^2} = 985\,\mathrm{N}$$

ب) بیشترین نیروی گرانشی بر ماهواره در سطح زمین به آن وارد می‌شود. هر چه فاصلهٔ ماهواره بیشتر شود، نیروی گرانشی با وارون مربع فاصله کاهش می‌یابد. بنابراین نمودار آن به‌شکل زیر خواهد بود.



۲۵

پاسخ : برای محاسبهٔ نیرویی که دو کرهٔ همگن به‌هم وارد می‌کنند می‌توانیم فرض کنیم همهٔ جرم‌های دو کره در مرکز آنها قرار دارد، بنابراین کره‌ها را به‌صورت ذراتی در نظر می‌گیریم که همان جرم کره‌ها را داشته باشند. به کمک رابطهٔ **۲ــ۱۲**، نیروی گرانشی را که دو کره به یکدیگر وارد می‌کنند محاسبه می‌کنیم :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = (6/67\times10^{-11}\,\mathrm{N.m^2/kg^2})\frac{(80/0\,\mathrm{kg})(120/0\,\mathrm{kg})}{(1/00\,\mathrm{m})^2} = 6/40\times10^{-7}\,\mathrm{N}$$

همان‌طور که محاسبهٔ این مثال نشان می‌دهد، نیروی گرانشی میان جسم‌های با جرم کوچک قابل ملاحظه نیست.